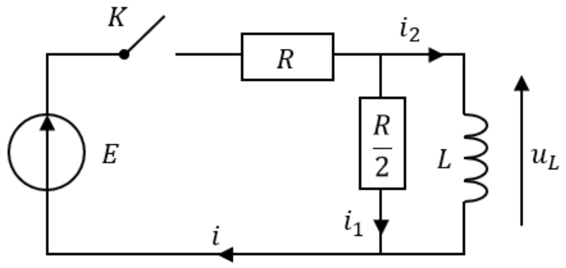
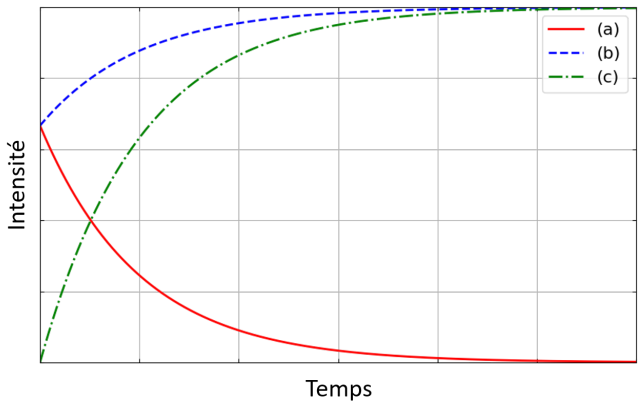
TPC1 2025/2026 – DM PHYSIQUE N°2 (POUR LE 06/01)

I) Circuit RL à deux mailles

Dans le circuit représenté ci-dessous le générateur de tension a une force électromotrice constante $E = 3$ V et $R = 1$ kΩ. À l'instant $t = 0$, on ferme l'interrupteur K qui était ouvert depuis très longtemps.



1) On donne l'allure de $i(t)$, $i_1(t)$ et $i_2(t)$. Identifier les courbes correspondantes.



2) Déterminer l'expression de $u_L(t = 0^+)$.

3) Déterminer l'expression de u_∞, la valeur de $u_L(t \to \infty)$.

4) Montrer que l'équation différentielle vérifiée par $u_L(t)$ est :

$$\frac{du_L}{dt} + \frac{R}{3L}\, u_L(t) = 0$$

5) En déduire l'expression de $u_L(t)$ et tracer son allure.

6) On mesure $\tau = 30$ µs. En déduire la valeur de L.

II) Moteur et récepteur de Lenoir

On considère la transformation cyclique de n moles de gaz parfait (de coefficient de Laplace γ), suffisamment lentement pour que l'équilibre mécanique soit constamment réalisé avec le milieu extérieur. Lors d'un cycle le gaz subit, dans cet ordre, les trois transformations suivantes : [AB] une transformation isobare, [BC] une transformation isotherme et [CA] une transformation isochore.

On note (P_0, V_0, T_0) les paramètres d'états du point A et T_1 la température lors de la transformation isotherme.

7) Déterminer les paramètres d'états (P, V, T) des points B et C en fonction de P_0, V_0, T_0 et T_1.

8) Déterminer le travail des forces de pression W et la chaleur Q échangée avec le milieu extérieur pour chaque étapes, en fonction de n, R, γ, T_0 et T_1.

9) Représenter le cycle dans un diagramme de Clapeyron pour $T_1 > T_0$ et pour $T_1 < T_0$. Ces cycles décrivent-ils un moteur ou un récepteur ?

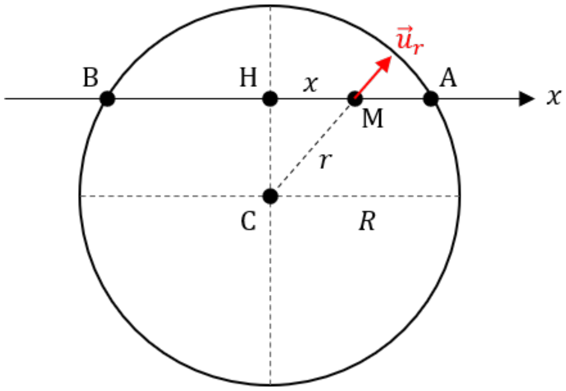
III) Tunnel terrestre

On admet que pour tout point M de masse m situé à l'intérieur de la Terre (de rayon R) à la distance r du centre C de la Terre, l'attraction terrestre est une force agissant sur ce point, dirigée vers le centre de la terre et de valeur (en coordonnées sphériques) :

$$\overrightarrow{F} = -\frac{mgr}{R}\overrightarrow{u_r}$$

On considère un tunnel rectiligne AB, d'axe (Hx) ne passant pas par C et traversant la Terre. On note d la distance CH du tunnel au centre de la Terre. Un point matériel M de masse m glisse sans frottement dans le tunnel. Ce véhicule part de A sans vitesse initiale.

On prendra le point H comme origine de l'axe (Hx).



<u>Données</u> : $R = 6{,}4 \times 10^6$ m, $d = 5 \times 10^6$ m et $g = 9{,}81$ m $\cdot$ s^{-2}.

10) Déterminer l'énergie potentielle $\mathcal{E}_p(r)$ (en fonction de la variable r) puis $\mathcal{E}_p(x)$ (en fonction de la variable x) de M, en choisissant la constante d'intégration de sorte que $\mathcal{E}_p(x = 0) = 0$.

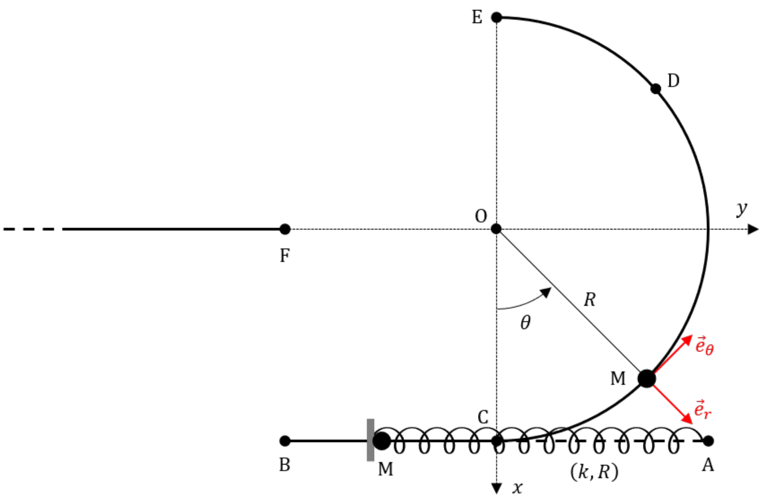
11) Tracer $\mathcal{E}_p(x)$.

12) Quelle est la vitesse maximale atteinte par M au cours du mouvement ?

13) Déterminer l'équation différentielle vérifiée par $x(t)$. La résoudre.

IV) Un jeu d'enfant

On considère le jeu d'enfant suivant.



Une bille (point M de masse m supposée ponctuelle) circule sur une piste BCEF. Cette piste est constituée : d'une partie rectiligne BC de longueur R, d'un demi-cercle CE de rayon R et de centre O, et d'une seconde partie rectiligne commençant au point F (situé au dessus du point B, à gauche du point O).

Un ressort, de constante de raideur k et de longueur à vide R, relié d'un côté à un point fixe A (distance CA $= R$) et de l'autre à une plaque mobile.

Un enfant tire la plaque jusqu'au point B et place la bille M contre la plaque. Il lâche la plaque sans vitesse initiale, le ressort se contracte alors, propulsant la bille. La contact entre la bille et la plaque est rompu au point C : la bille s'engage dans la piste circulaire et le ressort est arrêté par une cale non représentée sur le schéma.

On néglige dans l'exercice toute source de dissipation d'énergie. Tous les résultats sont à exprimer en fonction de k, R, m et g.

14) Déterminer l'expression de la vitesse v_{C} de la bille au point C.

On étudie le mouvement dans la piste circulaire.

15) Déterminer, à l'aide de la conservation de l'énergie mécanique de la bille, une relation reliant ω (vitesse angulaire) et θ.

16) En déduire l'expression de la réaction normale de la piste en fonction de θ.

17) Déterminer l'angle θ_{D} du point D, point où la bille quitte le guide. En déduire une condition portant sur k pour que le point matériel parvienne au sommet E de la piste. On note k_0 le cas limite.

On suppose la suite que $k = k_0$. On étudie le mouvement après la point E.

18) Déterminer l'équation du mouvement lorsque de la chute libre.

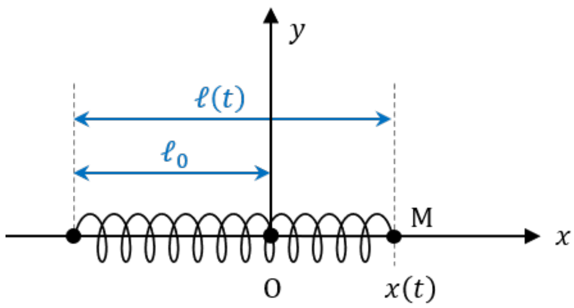
19) Le jouet peut-il tomber entre F et O ? On suppose de plus qu'il conserve après l'atterrissage sur le plan horizontal la composante horizontale du vecteur vitesse qu'il avait à l'instant de l'atterrissage. Déterminer l'expression de sa vitesse sur le plan horizontal en fonction, entre autres, de v_0.

V) Masse ressort avec frottements solides

On considère une masse m, supposée ponctuelle au point M, située à l'extrémité d'un ressort de raideur k et de longueur à vide ℓ_0. L'autre extrémité est fixe. On note O l'origine du repère, situé à une distance ℓ_0 de l'extrémité fixe.

Le point M est soumis, en plus de la force de rappel élastique, à une force de frottement solide de coefficient $f_d = f_s = f$.

On introduit le paramètre $x_e = \dfrac{fmg}{k}$. On suppose que M est abandonné sans vitesse initiale à l'abscisse x_0 vérifiant $x_0 > x_e$.



20) Montrer que si $x \in [-x_e, x_e]$ et $\dot{x} = 0$, alors M reste immobile. Pour démontrer ce résultat, on distinguera les cas $x > 0$ et $x < 0$.

Ainsi, si au cours du mouvement ces conditions sont remplies, alors le mouvement s'arrête. L'intervalle $[-x_e, x_e]$ s'appelle la **plage de stabilité** de l'oscillateur.

21) Établir l'équation différentielle vérifiée par M lors de la première phase du mouvement, celle où M glisse vers les x décroissants.

22) Déterminer la solution complète de cette équation différentielle.

23) Déterminer l'expression de x_1, la position où la vitesse s'annule.

On suppose que x_1 n'est pas dans la plage de stabilité.

24) Établir l'équation différentielle vérifiée par M lors de la deuxième phase du mouvement, celle où M glisse vers les x croissants.

25) Déterminer la solution complète de cette équation différentielle puis déterminer l'expression de x_2, la position où la vitesse s'annule.

On peut généraliser aisément les résultats précédents et montrer que :

$$x_n = \begin{cases} x_0 - 2nx_e & \text{si } n \text{ entier naturel pair} \\ -x_0 + 2nx_e & \text{si } n \text{ entier naturel impair} \end{cases} \quad \Leftrightarrow \quad \boxed{x_n = (-1)^n \left(x_0 - 2nx_e\right)}$$

26) Tracer l'allure de $x(t)$ et commenter les différences entre une force de frottement fluide (dans le cas d'un régime pseudo-périodique) et de frottement solide.